

HỆ THỐNG CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP  
HỖ TRỢ HỌC SINH LỚP 12 HỌC TẬP TRỰC TUYẾN TRONG THỜI GIAN NGHỈ PHÒNG  
DỊCH COVID-19

PHẦN 1: GIẢI TÍCH  
I. Bài : Tích phân – Tiết 1

Câu 1: Cho  $f(x), g(x)$  là hai hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

A.  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(y) dy.$

B.  $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(y) dy.$

C.  $\int_a^a f(x) dx = 0.$

D.  $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx.$

Câu 2: Giá trị của  $\int_0^3 dx$  bằng

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 3: Tính tích phân  $I = \int_0^2 (4x-3) dx.$

A. 5.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Câu 4: Cho hàm số  $y = x^3$  có một nguyên hàm là  $F(x)$ . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A.  $F(2) - F(0) = 16.$

B.  $F(2) - F(0) = 1.$

C.  $F(2) - F(0) = 8.$

D.  $F(2) - F(0) = 4.$

Câu 5: Tính tích phân  $I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx.$

A.  $I = \sqrt[3]{4} - 1.$

B.  $I = \frac{3}{2}(\sqrt[3]{4} - 1).$

C.  $I = \frac{3}{2}(\sqrt[3]{2} - 1).$

D.  $I = \frac{1}{3}(\sqrt[3]{2} - 1).$

Câu 6: Tính tích phân  $I = \int_0^1 8^x dx.$

A.  $I = 7.$

B.  $I = \frac{7}{3\ln 2}.$

C.  $I = 8.$

D.  $I = \frac{8}{3\ln 2}.$

Câu 7: Tích phân  $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$  có giá trị bằng

A.  $\ln 2 - 1.$

B.  $-\ln 2.$

C.  $\ln 2.$

D.  $1 - \ln 2.$

Câu 8: Tính tích phân  $\int_0^e \cos x dx.$

A.  $-\sin e.$

B.  $-\cos e.$

C.  $\sin e.$

D.  $\cos e.$

**Câu 9:** Giá trị của  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x} dx$  bằng

- A. 0.                      B. 1.                      C. -1.                      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 10:** Đặt  $I = \int_1^2 (2mx+1)dx$ ,  $m$  là tham số thực. Tìm  $m$  để  $I = 4$ .

- A.  $m = 2$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $m = 1$ .                      D.  $m = -1$ .

**Câu 11:** Cho số thực  $m > 1$  thỏa mãn  $\int_1^m |2mx-1|dx = 1$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $m \in (4;6)$ .                      B.  $m \in (2;4)$ .                      C.  $m \in (3;5)$ .                      D.  $m \in (1;3)$ .

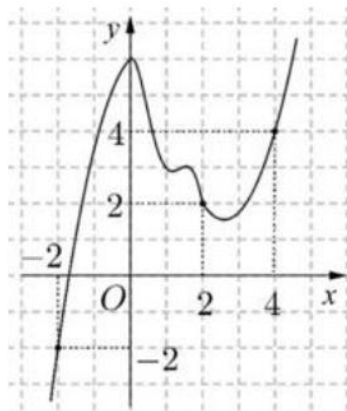
**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[1;3]$ ,  $f(3) = 4$  và  $\int_1^3 f'(x)dx = 7$ . Khi đó  $f(1)$  bằng

- A. 3.                      B. 11.                      C. -3.                      D. -11.

**Câu 13:** Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 4x^3 - 3x + 2$  thỏa mãn  $F(-1) = -\frac{3}{2}$ . Khi đó phương trình  $F(x) = 2x + 1$  có số nghiệm thực là

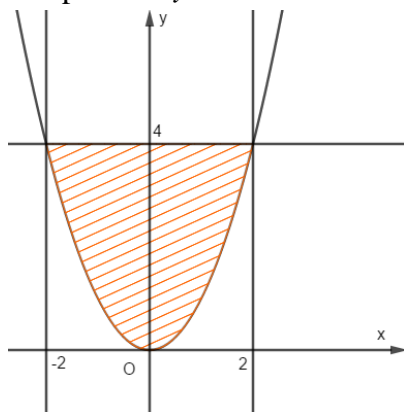
- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $R$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu thức  $\int_0^4 f'(x)dx - \int_0^2 f'(x)dx$  bằng bao nhiêu?



- A. 2.                      B. -2.                      C. 10.                      D. 6.

**Câu 15:** Cho parabol  $y = x^2$  như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo bằng



- A.  $\frac{32}{3}$ .                      B.  $\frac{16}{3}$ .                      C.  $\frac{8}{3}$ .                      D. 16.

## II. Bài : Tích phân – Tiết 2

**Câu 1:** Cho  $\int_2^5 f(x)dx = 10$ . Khi đó  $\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx$  bằng:

- A. 32.                      B. 34.                      C. 36.                      D. 40.

**Câu 2:** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_a^d f(x)dx = 10$ ,  $\int_b^d f(x)dx = 8$ ,  $\int_a^c f(x)dx = 7$ .

Tính  $I = \int_b^c f(x)dx$ , ta được :

- A.  $I = -5$ .                      B.  $I = 7$ .                      C.  $I = 5$ .                      D.  $I = -7$ .

**Câu 3:** Cho biết  $\int_1^3 f(x)dx = -2$ ,  $\int_1^4 f(x)dx = 3$ ,  $\int_1^4 g(x)dx = 7$ .

Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\int_1^4 [f(x) + g(x)]dx = 10$ .                      B.  $\int_3^4 f(x)dx = 1$ .  
C.  $\int_4^3 f(x)dx = -5$ .                      D.  $\int_1^4 [4f(x) - 2g(x)]dx = -2$ .

**Câu 4:** Cho  $f; g$  là các hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $A = \int_1^2 [3f(x) + 2g(x)]dx = 1$  và

$$B = \int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = -3. \text{ Tính } I = \int_1^2 f(x)dx.$$

- A.  $I = 1$ .                      B.  $I = 2$ .                      C.  $I = -\frac{5}{7}$ .                      D.  $I = \frac{1}{2}$ .

**Câu 5:** Giá trị của tích phân  $I = \int_{-1}^2 |x^2 - x|dx$  bằng:

- A.  $I = \frac{3}{2}$ .                      B.  $I = \frac{11}{6}$ .                      C.  $I = -\frac{3}{2}$ .                      D.  $I = -\frac{11}{6}$ .

**Câu 6:** Tích phân  $I = \int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2}dx$  bằng:

- A.  $\frac{4-\sqrt{2}}{3}$                       B.  $\frac{8-2\sqrt{2}}{3}$                       C.  $\frac{4+\sqrt{2}}{3}$                       D.  $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$

**Câu 7:** Biết  $\int_0^3 f(x).dx = 12$ . Tính  $I = \int_0^1 f(3x).dx$  ta được kết quả:

- A. 3                      B. 6                      C. 4                      D. 36

**Câu 8:** Cho  $I = \int_0^1 x^5\sqrt{1-x^2}dx$ . Nếu đặt  $t = \sqrt{1-x^2}$  thì  $I$  bằng :

- A.  $\int_0^1 t(1-t^2)dt$                       B.  $\int_1^0 t(1-t)dt$                       C.  $\int_0^1 t^2(1-t^2)^2dt$                       D.  $\int_1^0 (t^4 - t^2)dt$

**Câu 9:** Có bao nhiêu số thực  $b$  thuộc khoảng  $(\pi; 3\pi)$  sao cho  $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$  ?

- A. 8.                                      B. 2.                                      C. 4.                                      D. 6.

**Câu 10:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2x-1 & \text{khi } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$ . Tính tích phân  $\int_0^3 f(x) dx$ .

- A.  $6 + \ln 4$ .                              B.  $4 + \ln 4$ .                              C.  $6 + \ln 2$ .                              D.  $2 + 2 \ln 2$ .

**Câu 11:** Xác định số thực dương  $m$  để tích phân  $\int_0^m (x - x^2) dx$  có giá trị lớn nhất.

- A.  $m = 1$ .                                      B.  $m = 2$ .                                      C.  $m = 3$ .                                      D.  $m = 4$ .

**Câu 12:** Giả sử hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x) dx = 6$ .

Khi đó giá trị của tích phân  $\int_0^{\pi/2} f(2 \sin x) \cos x dx$  là

- A.  $-6$                                       B.  $6$                                       C.  $-3$                                       D.  $3$

**Câu 13:** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(2-x) + f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$ . Tích phân  $\int_{-1}^3 f(x) dx$

bằng :

- A.  $-\frac{2}{3}$ .                                      B.  $-\frac{1}{3}$ .                                      C.  $-\frac{4}{3}$ .                                      D.  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và các tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$  và  $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$ . Tính

tích phân  $I = \int_0^1 f(x) dx$ .

- A.  $I = 6$ .                                      B.  $I = 2$ .                                      C.  $I = 3$ .                                      D.  $I = 1$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị  $y = f'(x)$  cho như hình dưới đây. Đặt

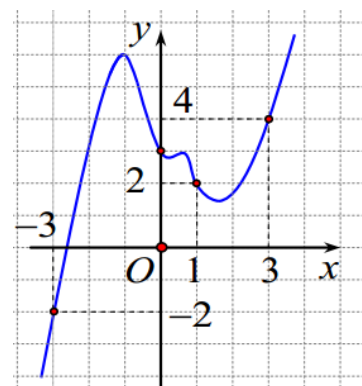
$g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Tính giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x)$  trên  $[-3; 3]$ .

A.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(-3)$ .

B.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(1)$ .

C.  $\max_{[-3;3]} g(x) = g(3)$ .

D. Không tồn tại giá trị lớn nhất của  $g(x)$  trên đoạn  $[-3; 3]$ .



### III. Bài : Tích phân – Tiết 3

**Câu 1:** Tính  $I = \int_1^2 xe^x dx$ .

- A.  $I = e^2$ .                      B.  $I = -e^2$ .                      C.  $I = 3e^2 - 2e$ .                      D.  $I = e$ .

**Câu 2:** Tính  $I = \int_1^e x \ln x dx$ .

- A.  $I = \frac{1}{2}$ .                      B.  $I = \frac{1}{2}(e^2 - 2)$ .                      C.  $I = 2$ .                      D.  $I = \frac{1}{4}(e^2 + 1)$ .

**Câu 3:** Tính  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (2-x) \sin 3x dx$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .                      B.  $\frac{4}{9}$ .                      C.  $\frac{5}{9}$ .                      D.  $\frac{1}{9}$ .

**Câu 4:** Tính  $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3} dx$ .

- A.  $\frac{\pi}{4\sqrt{3}}$ .                      B.  $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$ .                      C.  $\frac{\pi}{6} - \sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$ .

**Câu 5:** Biết rằng  $\int_0^b 6dx = 6$  và  $\int_0^a xe^x dx = a > 0$ . Khi đó biểu thức  $b^2 + a^3 + 3a^2 + 2a$  có giá trị bằng:

- A. 5.                      B. 4.                      C. 7.                      D. 3.

**Câu 6:** Biết rằng  $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}$ . Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

- A.  $a + b + c = 1$ .                      B.  $a - b + c = 0$ .                      C.  $2a + b + c = -1$ .                      D.  $a + 2b + c = 1$ .

**Câu 7:** Cho  $F(x) = \frac{1}{2x^2}$  là một nguyên hàm của hàm số  $\frac{f(x)}{x}$ . Tính  $I = \int_1^e f'(x) \ln x dx$  bằng:

- A.  $I = \frac{e^2 - 3}{2e^2}$ .                      B.  $I = \frac{2 - e^2}{e^2}$ .                      C.  $I = \frac{e^2 - 2}{e^2}$ .                      D.  $I = \frac{3 - e^2}{2e^2}$ .

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = f(1) = 1$ . Biết rằng:  $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$  Tính

$$Q = a^{2020} + b^{2020}.$$

- A.  $Q = 2^{2020} + 1$ .                      B.  $Q = 2$ .                      C.  $Q = 0$ .                      D.  $Q = 2^{2020} - 1$ .

**Câu 9:** Tích phân  $\int_0^{\pi} (3x+2) \cos^2 x dx$  bằng:

- A.  $\frac{3}{4}\pi^2 - \pi$ .                      B.  $\frac{3}{4}\pi^2 + \pi$ .                      C.  $\frac{1}{4}\pi^2 + \pi$ .                      D.  $\frac{1}{4}\pi^2 - \pi$ .

**Câu 10:** Biết rằng tích phân  $\int_0^4 \frac{(x+1)e^x}{\sqrt{2x+1}} dx = ae^4 + b$ . Tính  $T = a^2 - b^2$ .

- A.  $T = 1$ .                      B.  $T = 2$ .                      C.  $T = \frac{3}{2}$ .                      D.  $T = \frac{5}{2}$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0;1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 x[f'(x)-2]dx = f(1)$ . Giá trị của

$$I = \int_0^1 f(x)dx \text{ bằng :}$$

- A. -2.                                      B. 2.                                      C. -1.                                      D. 1.

**Câu 12:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$  sao cho  $n \ln n - \int_1^n \ln x dx$  có giá trị không vượt quá 2018 ?

- A. 2017.                                      B. 2018.                                      C. 2019.                                      D. 2020.

**Câu 13:** Cho  $I = \int_0^\pi e^x \cos^2 x dx$ ;  $J = \int_0^\pi e^x \sin^2 x dx$  và  $K = \int_0^\pi e^x \cos 2x dx$ . Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau ?

(I)  $I + J = e^\pi$                                       (II)  $I - J = K$                                       (III)  $K = \frac{e^\pi - 1}{5}$

- A. Chỉ (II)                                      B. Chỉ (I)                                      C. Chỉ (III)                                      D. Cả (II) và (III)

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \cdot \cos x$ , với mọi

$x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 0$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot f'(x) dx$  bằng :

- A.  $-\frac{\pi}{4}$ .                                      B.  $\frac{1}{4}$ .                                      C.  $\frac{\pi}{4}$ .                                      D.  $-\frac{1}{4}$ .

**Câu 15:** Cho  $f(x)$  là hàm liên tục trên đoạn  $[0;a]$  thỏa mãn  $\begin{cases} f(x) \cdot f(a-x) = 1 \\ f(x) > 0, \forall x \in [0;a] \end{cases}$  và  $\int_0^a \frac{dx}{1+f(x)} = \frac{ba}{c}$ , trong

đó  $b, c$  là hai số nguyên dương và  $\frac{b}{c}$  là phân số tối giản. Khi đó  $b+c$  có giá trị thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (11;22).                                      B. (0;9).                                      C. (7;21).                                      D. (2017;2020).

#### IV. Bài : Tích phân – Tiết 4

**Câu 1:** Cho các số thực  $a, b$  và các mệnh đề:

1.  $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$ .                                      2.  $\int_a^b 2f(x)dx = 2\int_b^a f(x)dx$ .

3.  $\int_a^b f^2(x)dx = \left[ \int_a^b f(x)dx \right]^2$ .                                      4.  $\int_a^b f(x)dx = \int_a^b f(u)du$ .

Số mệnh đề đúng trong 4 mệnh đề trên là

- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 2.                                      D. 1.

**Câu 2:** Biết  $\int_a^b (2x-1)dx = 1$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $b-a=1$ .                                      B.  $a^2-b^2 = a-b-1$ .                                      C.  $b^2-a^2 = b-a+1$ .                                      D.  $a-b=1$ .

**Câu 3:** Có mấy giá trị của  $b$  thỏa mãn  $\int_0^b (3x^2 - 12x + 11)dx = 6$ .

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

**Câu 4:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $k$  để có  $\int_1^k (2x-1)dx = 4 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$ .

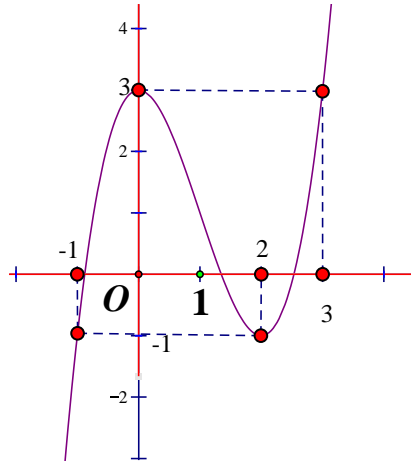
A.  $\begin{cases} k=1 \\ k=2 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} k=1 \\ k=-2 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=-2 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} k=-1 \\ k=2 \end{cases}$ .

**Câu 5:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Tính tích phân  $I = \int_1^2 f'(2x-1)dx$ .



A.  $I = -2$ .

B.  $I = -1$ .

C.  $I = 1$ .

D.  $I = 2$ .

**Câu 6:** Giá trị của tích phân  $\int_0^{100} x(x-1)\dots(x-100)dx$  bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 100.

D. 50.

**Câu 7:** Tính  $I = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos \sqrt{x} dx$ .

A.  $I = 1$

B.  $I = 2$

C.  $I = \pi - 2$

D.  $I = \pi + 2$

**Câu 8:** Tính tích phân  $I = \int_{-2}^2 \frac{x^{2018}}{e^x + 1} dx$

A.  $I = 0$ .

B.  $I = \frac{2^{2020}}{2019}$ .

C.  $I = \frac{2^{2019}}{2019}$ .

D.  $I = \frac{2^{2018}}{2018}$ .

**Câu 9:** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx = a \ln \frac{4}{c} + b$ , tính tổng  $S = a + b + c$

A.  $S = 1$ .

B.  $S = 4$ .

C.  $S = 3$ .

D.  $S = 0$ .

**Câu 10:** Giá trị của tích phân  $I = \int_0^a \frac{dx}{x^2 + a^2}$  ( $a > 0$ ) là

A.  $\frac{\pi}{4a}$ .

B.  $\frac{\pi^2}{4a}$ .

C.  $-\frac{\pi^2}{4a}$ .

D.  $-\frac{\pi}{4a}$ .

**Câu 11:** Cho  $y = f(x)$  là hàm số chẵn và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f(x) dx = 1$ . Giá trị của

$$\int_{-2}^2 \frac{f(x)}{3^x + 1} dx \text{ bằng}$$

- A. 1.                                      B. 6.                                      C. 4.                                      D. 3

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có  $\int_0^1 f(x) dx = 2$ ;  $\int_0^3 f(x) dx = 6$ . Tính  $I = \int_{-1}^1 f(|2x-1|) dx$ .

- A.  $I = \frac{2}{3}$ .                                      B.  $I = 4$ .                                      C.  $I = \frac{3}{2}$ .                                      D.  $I = 6$ .

**Câu 13:** Tích phân  $\int_0^2 \min\{x^2, 3x-2\} dx$  bằng:

- A.  $\frac{-2}{3}$ .                                      B.  $\frac{11}{6}$ .                                      C.  $\frac{2}{3}$ .                                      D.  $\frac{17}{6}$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$ . Tìm  $a+b$  biết rằng  $f'(0) = -22$  và  $\int_0^1 f(x) dx = 5$ .

- A.  $a+b = -18$ .                                      B.  $a+b = 14$ .                                      C.  $a+b = 10$ .                                      D.  $a+b = -22$ .

**Câu 15:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0;1]$  thoả mãn  $f(1) = 1$ ;  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$ ;

$$\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}. \text{ Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- A.  $I = \frac{1}{5}$ .                                      B.  $I = \frac{3}{4}$ .                                      C.  $I = \frac{3}{5}$ .                                      D.  $I = \frac{1}{4}$ .

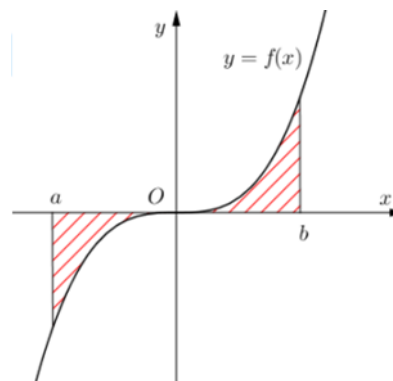
### V. Bài : Ứng dụng của tích phân trong hình học – Tiết 1,2. Ứng dụng của tích phân tính diện tích hình phẳng.

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a;b]$ . Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = a, x = b$  được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.  $S = -\int_a^b f(x) dx$ .                                      B.  $S = \int_0^a f(x) dx$ .                                      C.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .                                      D.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a;b]$  và có đồ thị như hình vẽ. Diện tích  $S_0$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = f(x)$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = a, x = b$  là





A.  $S_0 = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

B.  $S_0 = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx.$

C.  $S_0 = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

D.  $S_0 = -\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx.$

**Câu 3:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = 5x^4$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -3, x = 1$  bằng :

A.  $S = 242.$

B.  $S = 244.$

C.  $S = \frac{242}{5}.$

D.  $S = \frac{244}{5}.$

**Câu 4:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = \tan 2x$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = \frac{\pi}{8}$  bằng :

A.  $S = \ln 2.$

B.  $S = 2\ln 2.$

C.  $S = \frac{\ln 2}{4}.$

D.  $S = \frac{\ln 2}{2}.$

**Câu 5:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 - x, y = 0, x = 0$  và  $x = 2$  được tính bởi công thức:

A.  $\int_0^2 (x - x^2) dx.$

B.  $\int_1^2 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx.$

C.  $\int_0^1 (x^2 - x) dx + \int_1^2 (x^2 - x) dx.$

D.  $\int_0^1 (x^2 - x) dx.$

**Câu 6:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm số  $y = x\sqrt{x^2 + 1}$ , trục  $Ox$  và đường thẳng  $x = 1$  là

A.  $\frac{2\sqrt{2}+1}{3}$

B.  $\frac{3\sqrt{2}-1}{3}$

C.  $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

D.  $\frac{3-\sqrt{2}}{3}$

**Câu 7:** Diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  và trục  $Ox$  là

A.  $S = 1.$

B.  $S = 2.$

C.  $S = \frac{1}{2}.$

D.  $S = \frac{16}{15}.$

**Câu 8:** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y^2 + x - 5 = 0, x + y - 3 = 0.$

A.  $S = 3,5.$

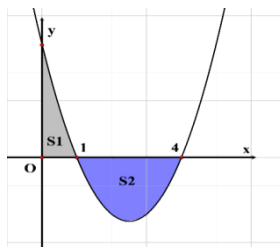
B.  $S = 4.$

C.  $S = 4,5.$

D.  $S = 5.$

**Câu 9:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 4]$  như hình vẽ và có diện tích  $S_1 = \frac{11}{6}, S_2 = \frac{9}{2}.$  Tính tích

phân  $I = \int_0^4 f(x)dx.$



- A.  $I = -\frac{8}{3}$ .      B.  $I = \frac{19}{3}$ .      C.  $I = \frac{8}{3}$ .      D.  $I = -\frac{19}{3}$ .

**Câu 10:** Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + 5$ ,  $y = 6x$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ . Tính  $S$ .

- A.  $S = \frac{4}{3}$ .      B.  $S = \frac{7}{3}$ .      C.  $S = \frac{8}{3}$ .      D.  $S = \frac{5}{3}$ .

**Câu 11:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C): y = \frac{x+2}{x+1}$ , tiệm cận ngang của  $(C)$ , trục tung và đường thẳng  $x = 2$  là

- A.  $\ln 2$ .      B.  $\frac{1}{8} \ln \frac{1}{4}$ .      C.  $\ln \frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{1}{4} \ln \frac{1}{2}$ .

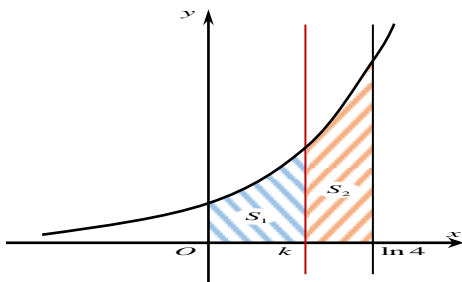
**Câu 12:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = ax^3 (a > 0)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -1$ ,  $x = k (k > 0)$  bằng  $\frac{17a}{4}$ . Tìm  $k$ .

- A.  $k = 1$ .      B.  $k = \frac{1}{4}$ .      C.  $k = \frac{1}{2}$ .      D.  $k = 2$ .

**Câu 13:** Giá trị của tham số  $m$  để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x^2 + 2mx + m^2 + 1$ , trục  $Ox$ , trục  $Oy$  và đường thẳng  $x = 2$  đạt giá trị nhỏ nhất là

- A.  $m = 2$ .      B.  $m = 1$ .      C.  $m = -1$ .      D.  $m = -2$ .

**Câu 14:** Cho hình thang cong  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = e^x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k (0 < k < \ln 4)$  chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ bên. Tìm  $k$  để  $S_1 = 2S_2$ .



- A.  $k = \frac{2}{3} \ln 4$ .      B.  $k = \ln 2$ .      C.  $k = \ln \frac{8}{3}$ .      D.  $k = \ln 3$ .

**Câu 15:** Cho Parabol  $(P): y = x^2$ . Hai điểm A, B di động trên  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $(P)$  và đoạn thẳng  $AB$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $S$ .

- A.  $\max S = \frac{4}{3}$ .      B.  $\max S = \frac{7}{6}$ .      C.  $\max S = \frac{5}{3}$ .      D.  $\max S = \frac{5}{6}$ .

**VI. Bài : Ứng dụng của tích phân trong hình học – Tiết 3,4.**  
**Ứng dụng của tích phân tính thể tích vật thể .**

**Câu 1:** Gọi  $T$  là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại các điểm có hoành độ là  $a$  và  $b$ ;  $S(x)$  là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm  $x$ , ( $a \leq x \leq b$ ). Giả sử  $S(x)$  là hàm số liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Khi đó thể tích của vật thể  $T$  là

**A.**  $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$

**B.**  $V = \int_a^b S^2(x) dx.$

**C.**  $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

**D.**  $V = \int_a^b S(x) dx.$

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $D$  quanh trục hoành được tính theo công thức

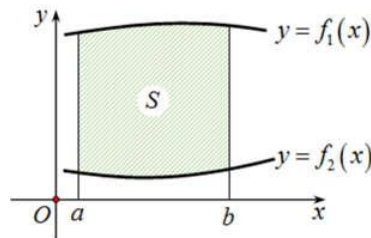
**A.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**B.**  $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

**C.**  $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

**D.**  $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

**Câu 3:** Cho hai hàm số  $y = f_1(x)$  và  $y = f_2(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi  $S$  là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$ . Thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay  $S$  quanh trục  $Ox$  được tính bởi công thức nào sau đây?



**A.**  $V = \pi \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

**B.**  $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)] dx.$

**C.**  $V = \int_a^b [f_1^2(x) - f_2^2(x)] dx.$

**D.**  $V = \pi \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]^2 dx.$

**Câu 4:** Tính thể tích  $V$  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = 1$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ , ( $0 \leq x \leq 1$ ) có diện tích là  $S(x) = 2x$ .

**A.**  $V = 3$

**B.**  $V = 1$

**C.**  $V = 3\pi$

**D.**  $V = \pi$

**Câu 5:** Tính thể tích  $V$  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x = 0$  và  $x = 1$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$ , ( $0 \leq x \leq 1$ ) có diện tích là  $S(x) = e^x$ .

**A.**  $V = \pi(e-1)$

**B.**  $V = e-1$

**C.**  $V = \frac{\pi}{2}(e^2-1)$

**D.**  $V = \frac{1}{2}(e^2-1)$

**Câu 6:** Tính thể tích  $V$  của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng  $x=0$  và  $x=\pi$ , biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) là một tam giác đều cạnh  $2\sqrt{\sin x}$ .

- A.  $V = 3$                       B.  $V = 3\pi$                       C.  $V = 2\pi\sqrt{3}$                       D.  $V = 2\sqrt{3}$

**Câu 7:** Cho phần vật thể ( $\mathfrak{V}$ ) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình  $x=0$  và  $x=2$ . Cắt phần vật thể ( $\mathfrak{V}$ ) bởi mặt phẳng vuông góc với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x$  ( $0 \leq x \leq 2$ ), ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng  $x\sqrt{2-x}$ . Tính thể tích  $V$  của phần vật thể ( $\mathfrak{V}$ ).

- A.  $V = \frac{4}{3}$ .                      B.  $V = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $V = 4\sqrt{3}$ .                      D.  $V = \sqrt{3}$ .

**Câu 8:** Kí hiệu ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 2x - x^2$  và  $y = 0$ . Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng ( $H$ ) khi nó quay quanh trục  $Ox$ .

- A.  $\frac{16\pi}{15}$ .                      B.  $\frac{17\pi}{15}$ .                      C.  $\frac{18\pi}{15}$ .                      D.  $\frac{19\pi}{15}$ .

**Câu 9:** Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = \cos 4x$ ,  $Ox$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{8}$  quay xung quanh trục  $Ox$ .

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

- A.  $\frac{\pi^2}{2}$                       B.  $\frac{\pi^2}{16}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\left(\frac{\pi+1}{16}\right) \cdot \pi$

**Câu 10:** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi các đường cong  $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ , trục hoành và đường thẳng  $x = e$ .

Khối tròn xoay tạo thành khi quay ( $H$ ) quanh trục hoành có thể tích  $V$  bằng bao nhiêu?

- A.  $V = \frac{\pi}{2}$ .                      B.  $V = \frac{\pi}{3}$ .                      C.  $V = \frac{\pi}{6}$ .                      D.  $V = \pi$ .

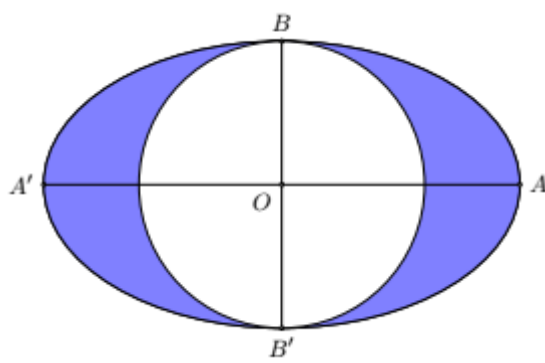
**Câu 11:** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = xe^{\frac{x}{2}}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$  xung quanh trục  $Ox$  là

- A.  $V = \pi(e-2)$ .                      B.  $V = e-2$ .                      C.  $V = \frac{9\pi}{4}$ .                      D.  $V = \pi^2 e$ .

**Câu 12:** Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục  $Ox$  hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = x^2$  và  $y = x$ .

- A.  $\frac{2\pi}{15}$                       B.  $\frac{\pi}{30}$                       C.  $\pi$                       D.  $2\pi$

**Câu 13:** Trong mặt phẳng, cho đường elip ( $E$ ) có độ dài trục lớn là  $AA' = 10$ , độ dài trục nhỏ là  $BB' = 6$ , đường tròn tâm  $O$  có đường kính là  $BB'$  (như hình vẽ bên dưới). Tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay có được bằng cách cho miền hình phẳng giới hạn bởi đường elip và đường tròn (được tô đậm trên hình vẽ) quay xung quanh trục  $AA'$ .



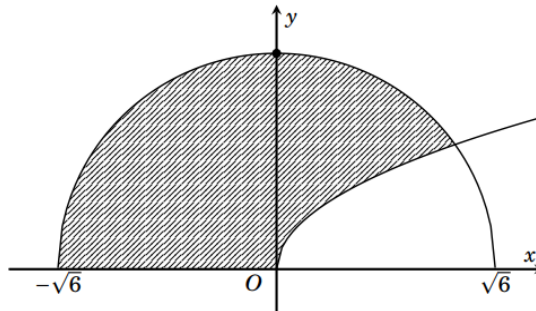
A.  $V = 36\pi$ .

B.  $V = 60\pi$ .

C.  $V = 24\pi$ .

D.  $V = \frac{20\pi}{3}$ .

**Câu 14:** Gọi  $D$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \sqrt{x}$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{6-x^2}$  ( $-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$ ) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích  $V$  của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng  $D$  quanh trục  $Ox$ .



A.  $V = 8\pi\sqrt{6} - 2\pi$ .

B.  $V = 8\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$ .

C.  $V = 8\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$ .

D.  $V = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$ .

**Câu 15:** Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị  $y = |x|$  và  $y = x^2$  quay quanh trục tung tạo nên một vật thể tròn xoay có thể tích bằng

A.  $\frac{\pi}{6}$ .

B.  $\frac{\pi}{3}$ .

C.  $\frac{2\pi}{15}$ .

D.  $\frac{4\pi}{15}$ .

## PHẦN 2: HÌNH HỌC

### I. Bài : Phương trình mặt phẳng – Tiết 1

- Câu 1:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): -3x + 2z - 1 = 0$ . Vectơ  $\vec{n}$  nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $\vec{n} = (3; 2; -1)$ .      B.  $\vec{n} = (-3; 2; -1)$ .      C.  $\vec{n} = (-3; 0; 2)$ .      D.  $\vec{n} = (3; 0; 2)$ .
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): \frac{x}{1} - \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ . Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của  $(P)$ ?
- A.  $\vec{n} = (3; -2; 1)$ .      B.  $\vec{n} = (2; 3; 6)$ .      C.  $\vec{n} = (1; -2; 3)$ .      D.  $\vec{n} = (6; -3; 2)$ .
- Câu 3:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng đi qua điểm  $A(1; 2; -3)$  có vectơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; -1; 3)$  là :
- A.  $2x - y + 3z + 9 = 0$ .      B.  $2x - y + 3z - 4 = 0$ .      C.  $x - 2y - 4 = 0$ .      D.  $2x - y + 3z + 4 = 0$ .
- Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; -1; 2)$ ,  $B(4; 0; 1)$  và  $C(-1; 2; 3)$ . Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(ABC)$ ?
- A.  $\vec{n} = (4; 0; 7)$ .      B.  $\vec{n} = (4; -3; 7)$ .      C.  $\vec{n} = (4; 3; 7)$ .      D.  $\vec{n} = (-3; 4; 0)$ .
- Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 0; 2)$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên trục  $Ox$  và trên mặt phẳng  $(Oyz)$ . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .
- A.  $6x - 4z - 5 = 0$ .      B.  $4x - 2y - 3 = 0$ .      C.  $4x - 2z + 3 = 0$ .      D.  $4x + 2z + 3 = 0$ .
- Câu 6:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(2; -2; 1)$ ,  $C(-2; 0; 1)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $BC$  là
- A.  $2x - y - 1 = 0$ .      B.  $-y + 2z - 3 = 0$ .      C.  $2x - y + 1 = 0$ .      D.  $y + 2z - 5 = 0$ .
- Câu 7:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa trục  $Oy$  và đi qua điểm  $M(3; -1; 4)$ .
- A.  $(\alpha): -3x + 4z = 0$ .      B.  $(\alpha): 3x - 4y = 0$ .      C.  $(\alpha): 3x - y + 4z - 26 = 0$ .      D.  $(\alpha): 4x - 3z = 0$ .
- Câu 8:** Viết phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M(2; 1; -3)$ , biết  $(\alpha)$  cắt trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho tam giác  $ABC$  nhận  $M$  làm trọng tâm.
- A.  $2x + 5y + z - 6 = 0$ .      B.  $2x + y - 6z - 23 = 0$ .      C.  $2x + y - 3z - 14 = 0$ .      D.  $3x + 4y + 3z - 1 = 0$ .
- Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-3; 1; 4)$  và gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng  $(ABC)$ ?
- A.  $4x - 12y - 3z + 12 = 0$ .      B.  $3x + 12y - 4z + 12 = 0$ .  
C.  $3x + 12y - 4z - 12 = 0$ .      D.  $4x - 12y - 3z - 12 = 0$ .
- Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $ax + by + cz - 18 = 0$  cắt ba trục tọa độ tại  $A, B, C$  sao cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G(1; -3; 2)$ . Giá trị  $T = a + b + c$  bằng
- A. 11.      B. 7.      C. -5.      D. -3.
- Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng qua ba điểm  $A(0; 2; 1)$ ,  $B(1; 4; 8)$ ,  $C(-4; 6; -3)$  có phương trình là  $3x + ay + bz + c = 0$ . Giá trị  $a + b + c$  bằng
- A. -2.      B. 3.      C. -3.      D. 6.
- Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1; -3; 2)$ . Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng đi qua  $M$  và cắt các trục tọa độ tại  $A, B, C$  mà  $OA = OB = OC \neq 0$ ?

**A. 3.**                      **B. 1.**                      **C. 4.**                      **D. 2.**

**Câu 13:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(1;3;4)$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại ba điểm  $A, B, C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho biểu thức  $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$  có giá trị nhỏ nhất.

**A.  $(P): x - 3y + 4z - 8 = 0$ .**

**B.  $(P): x + 3y + 4z - 26 = 0$ .**

**C.  $(P): 4x + 3y + z - 17 = 0$ .**

**D.  $(P): x + 3y - 4z + 6 = 0$ .**

**Câu 14:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua điểm  $M(1;9;4)$ , cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  tại  $A, B, C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho biểu thức  $OA + OB + OC$  có giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm nào dưới đây?

**A.  $(18;0;0)$**

**B.  $(0;0;18)$ .**

**C.  $(0;6;0)$**

**D.  $(0;0;12)$**

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;8;1)$ .  $(P)$  là mặt phẳng qua  $M$  và cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  khác với gốc tọa độ  $O$  sao cho thể tích khối tứ diện  $OABC$  nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

**A.  $8x + y + 8z - 24 = 0$ .**

**B.  $8x + y + 3z - 19 = 0$ .**

**C.  $4x + y - 8z - 4 = 0$ .**

**D.  $8x - y + 8z - 8 = 0$ .**

## II. Bài : Phương trình mặt phẳng – Tiết 2

### Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

**Câu 1.** Phương trình mặt phẳng đi qua  $A(2;6;-3)$  và song song với mặt phẳng  $(Oyz)$  là

**A.  $x = 2$ .**

**B.  $x + z = 12$ .**

**C.  $y = 6$ .**

**D.  $z = -3$ .**

**Câu 2.** Cho hai mặt phẳng  $(P): -6x + my - 2mz - m^2 = 0$  và  $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$  ( $m$  là tham số). Mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Q)$  khi và chỉ khi

**A.  $m = \frac{5}{12}$ .**

**B.  $m = 12$ .**

**C.  $m = \frac{12}{5}$ .**

**D.  $m = \frac{12}{7}$ .**

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $M(2;-1;3)$  và song song với mặt phẳng  $3x + 2y + z + 4 = 0$  có phương trình là

**A.  $3x + 2y + z + 7 = 0$ .**

**B.  $3x + 2y + z + 4 = 0$ .**

**C.  $3x + 2y + z - 7 = 0$ .**

**D.  $3x + 2y + z + 11 = 0$ .**

**Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$  và  $(\beta): 2x + 4y - mz - 2 = 0$ . Tập hợp các giá trị của  $m$  để hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  song song với nhau là

**A.  $\{1\}$ .**

**B.  $\emptyset$ .**

**C.  $\{-2\}$ .**

**D.  $\{2\}$ .**

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P)$  đi qua hai điểm  $A(1;-2;2)$ ,  $B(2;1;0)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Ozx)$ . Véc-tơ nào dưới đây là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

**A.  $\vec{n}_1 = (1; -1; -1)$ .**

**B.  $\vec{n}_2 = (0; 2; 3)$ .**

**C.  $\vec{n}_3 = (2; 0; -1)$ .**

**D.  $\vec{n}_4 = (2; 0; 1)$ .**

**Câu 6.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x + by + 4z - 3 = 0$  và  $(Q): ax + 3y - 2z + 1 = 0$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ). Với giá trị nào của  $a$  và  $b$  thì hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  song song với nhau?

A.  $a=1, b=-6$ .      B.  $a=-1, b=-6$ .      C.  $a=-\frac{3}{2}, b=9$ .      D.  $a=-1, b=6$ .

**Câu 7.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): 2x+y-3z-1=0$ ,  $(Q): 4x+2y-6z-2=0$ . Hãy chọn khẳng định sai.

A.  $(P) \parallel (Q)$ .      B.  $(P)$  có véc-tơ pháp tuyến  $\vec{n} = (2; 1; -3)$ .  
C.  $(P)$  đi qua  $A(0; 1; 0)$ .      D.  $(Q)$  đi qua  $B(1; 2; 1)$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(2; 4; 1)$ ,  $B(-1; 1; 3)$  và mặt phẳng  $(P): x-3y+2z-5=0$ . Viết phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$ .

A.  $2y+3z-11=0$ .      B.  $2y+3z-1=0$ .      C.  $2y+3z-12=0$ .      D.  $2x+3z-11=0$ .

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x+y+z-1=0$ . Trong các mặt phẳng sau tìm mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ .

A.  $2x-y-z+1=0$ .      B.  $2x+2y+2z-1=0$ .      C.  $x-y-z+1=0$ .      D.  $2x-y+z+1=0$ .

**Câu 10.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $B(2; 1; -3)$ , đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(Q): x+y+3z=0$ ,  $(R): 2x-y+z=0$  là

A.  $4x+5y-3z+22=0$ .      B.  $4x-5y-3z-12=0$ .  
C.  $2x+y-3z-14=0$ .      D.  $4x+5y-3z-22=0$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x-y+3z+4=0$  và điểm  $A(2; -1; 2)$ . Mặt phẳng qua  $A$  song song với trục  $Oy$  và vuông góc với  $(\alpha)$  có phương trình là phương trình nào dưới đây?

A.  $-3x-2z+10=0$ .      B.  $3y-2z-2=0$ .  
C.  $3x-2z-2=0$ .      D.  $3x-2y-8=0$ .

**Câu 12.** Trong không gian  $Oxyz$  cho hai mặt phẳng  $(P): x-2y+3z-4=0$  và  $(Q): 3x+2y-5z-4=0$ . Khi đó, hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$

A. vuông góc.      B. cắt nhau nhưng không vuông góc.  
C. song song.      D. trùng nhau.

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): ax+by+cz-27=0$  đi qua hai điểm  $A(3; 2; 1)$ ,  $B(-3; 5; 2)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Q): 3x+y+z+4=0$ . Tổng  $S=a+b+c$  bằng

A.  $S=-12$ .      B.  $S=2$ .      C.  $S=-4$ .      D.  $S=-2$ .

**Câu 14.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(3; 2; 1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $A, B, C$  không trùng với gốc tọa độ  $O$ , sao cho  $M$  là trực tâm tam giác  $ABC$ . Trong các mặt phẳng sau mặt phẳng nào song song với mặt phẳng  $(P)$ ?

A.  $3x+2y+z+14=0$ .      B.  $2x+3y+z+14=0$ .  
C.  $3x+2y+z-14=0$ .      D.  $2x+3y+z-14=0$ .

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(0; 1; 2)$ ,  $B(2; -2; 0)$ ,  $C(-2; 0; 1)$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng đi qua  $A$ , trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  và  $(P)$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ . Khi đó, mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

A.  $4x-2y-z+4=0$ .      B.  $4x-2y+z+4=0$ .  
C.  $4x+2y+z-4=0$ .      D.  $4x+2y-z+4=0$ .



### III. Bài : Phương trình mặt phẳng – Tiết 3

#### Khoảng cách

- Câu 1.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$  và điểm  $A(1; -2; 3)$ . Khoảng cách  $d$  từ  $A$  đến mặt phẳng  $(P)$  là
- A.  $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$ .      B.  $d = \frac{5}{29}$ .      C.  $d = \frac{5}{9}$ .      D.  $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , khoảng cách từ  $A(-2; 1; -6)$  đến mặt phẳng  $(Oxy)$  là
- A. 6.      B. 2.      C. 1.      D.  $\frac{7}{\sqrt{41}}$ .
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 3x - 2y + 6z + 14 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$ . Khoảng cách từ tâm  $I$  của mặt cầu  $(S)$  đến mặt phẳng  $(P)$  là
- A.  $d(I, (P)) = 1$ .      B.  $d(I, (P)) = 3$ .      C.  $d(I, (P)) = 2$ .      D.  $d(I, (P)) = 4$ .
- Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S)$  tâm  $O(0; 0; 0)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(\alpha): 2x + y + 2z - 6 = 0$ . Bán kính của  $(S)$  bằng
- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 6.
- Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1; 0; 0)$ ,  $B(0; -1; 0)$  và  $C(0; 0; 2)$ . Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng  $(ABC)$  bằng
- A.  $\frac{2}{3}$ .      B. 2.      C.  $\frac{2\sqrt{7}}{7}$ .      D.  $\frac{2\sqrt{11}}{11}$ .
- Câu 6.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 2)$  và các số  $a, b$  thỏa mãn khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P): ay + bz = 0$  bằng  $2\sqrt{2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $a = -b$ .      B.  $a = 2b$ .      C.  $b = 2a$ .      D.  $a = b$ .
- Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y + 2z + 6 = 0$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thuộc tia  $Ox$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $(P)$  bằng 3.
- A.  $M(5; 0; 0)$ .      B.  $M(3; 0; 0)$ .      C.  $M(4; 0; 0)$ .      D.  $M(2; 0; 0), M(1; 0; 0)$ .
- Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 3)$ ,  $B(3; 4; 4)$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  sao cho khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(P): 2x + y + mz - 1 = 0$  bằng độ dài đoạn thẳng  $AB$ .
- A.  $m = 2$ .      B.  $m = -2$ .      C.  $m = -3$ .      D.  $m = \pm 2$ .
- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(2; 1; 1)$  và mặt phẳng  $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P)$  là
- A.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$ .      B.  $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$ .  
 C.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$ .      D.  $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$ .
- Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $(Q): x - 2y + z - 5 = 0$  và mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 10$ . Mặt phẳng  $(P)$  song song mặt phẳng  $(Q)$  cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi  $4\pi$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm nào sau đây?
- A.  $(-2; 2; -1)$ .      B.  $(1; -2; 0)$ .      C.  $(2; -2; 1)$ .      D.  $(0; -1; -5)$ .
- Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y + 4z - 3 = 0$  và mặt phẳng  $(P): 2x - 2y + z = 0$ . Mặt phẳng  $(P)$  cắt khối cầu  $(S)$  theo thiết diện là một hình tròn. Tính diện tích hình tròn đó.

- A.  $5\pi$ .                      B.  $25\pi$ .                      C.  $2\sqrt{5}\pi$ .                      D.  $10\pi$ .

- Câu 12.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x+y-2z+5=0$  và  $(Q): -x-y+2z+9=0$ . Mặt phẳng nào sau đây cách đều hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ ?
- A.  $-x+y+2z+2=0$ .                      B.  $x-y+2z-2=0$ .  
 C.  $-x-y+2z+2=0$ .                      D.  $x+y-2z+2=0$ .
- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$ , mặt phẳng  $(\alpha): x+4y+z-11=0$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng  $(\alpha)$ ,  $(P)$  song song với giá của véc-tơ  $\vec{v}=(1;6;2)$  và  $(P)$  tiếp xúc với  $(S)$ . Lập phương trình mặt phẳng  $(P)$ .
- A.  $2x-y+2z-2=0$  và  $x-2y+z-21=0$ .                      B.  $x-2y+2z+3=0$  và  $x-2y+z-21=0$ .  
 C.  $2x-y+2z+3=0$  và  $2x-y+2z-21=0$ .                      D.  $2x-y+2z+5=0$  và  $2x-y+2z-2=0$ .
- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , có bao nhiêu mặt cầu đi qua điểm  $M(2;-2;5)$  và tiếp xúc với cả ba mặt phẳng  $(P): x-1=0$ ,  $(Q): y+1=0$  và  $(R): z-1=0$ ?
- A. 7.                      B. 1.                      C. 8.                      D. 3.
- Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1;2;4), B(0;0;1)$  và mặt cầu  $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ . Mặt phẳng  $(P): ax+by+cz+3=0$  đi qua  $A, B$  và cắt mặt cầu  $(S)$  theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tổng  $T=a+b+c$  bằng
- A.  $T=\frac{27}{4}$ .                      B.  $T=\frac{33}{5}$ .                      C.  $T=-\frac{3}{4}$ .                      D.  $T=\frac{31}{5}$ .

#### IV. Bài : Phương trình mặt phẳng – Tiết 4. Góc

- Câu 1.** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng có vector pháp tuyến lần lượt là  $\vec{u}=(a;b;c); \vec{v}=(x;y;z)$ . Công thức nào sau đây là công thức đúng để tính góc  $\alpha$  giữa hai mặt phẳng đã cho?
- A.  $\cos\alpha = \frac{ax+by+cz}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ .                      B.  $\sin\alpha = \frac{ax+by+cz}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ .  
 C.  $\cos\alpha = \frac{|ax+by+cz|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ .                      D.  $\sin\alpha = \frac{|ax+by+cz|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2} \cdot \sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ .
- Câu 2.** Cho mặt phẳng  $(\alpha): 2x-y+2z-1=0; (\beta): x+2y-2z-3=0$ . Cosin góc giữa mặt phẳng  $(\alpha)$  và mặt phẳng  $(\beta)$  bằng:
- A.  $\frac{4}{9}$                       B.  $-\frac{4}{9}$                       C.  $\frac{4}{3\sqrt{3}}$                       D.  $-\frac{4}{3\sqrt{3}}$ .
- Câu 3.** Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc  $60^\circ$ ?
- A.  $(P): 2x+11y-5z+3=0$  và  $(Q): x+2y-z-2=0$ .  
 B.  $(P): 2x+11y-5z+3=0$  và  $(Q): -x+2y+z-5=0$ .  
 C.  $(P): 2x-11y+5z-21=0$  và  $(Q): 2x+y+z-2=0$ .  
 D.  $(P): 2x-5y+11z-6=0$  và  $(Q): -x+2y+z-5=0$ .
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;0;0)$  và  $N(0;0;-1)$ , mặt phẳng  $(P)$  qua điểm  $M, N$  và tạo với mặt phẳng  $(Q): x-y-4=0$  một góc bằng  $45^\circ$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là

A.  $\begin{cases} y = 0 \\ 2x - y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} y = 0 \\ 2x - y - 2z + 2 = 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} 2x - y - 2z + 2 = 0 \\ 2x - y - 2z - 2 = 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2x - 2z + 2 = 0 \\ 2x - 2z - 2 = 0 \end{cases}$

**Câu 5.** Cho hai điểm  $A(1; -1; 1)$ ;  $B(2; -2; 4)$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $A, B$  và tạo với mặt phẳng  $(\alpha): x - 2y + z - 7 = 0$  một góc  $60^\circ$ .

- A. 1.                                  B. 4.                                  C. 2.                                  D. Vô số.

**Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $H(2; -1; -2)$  là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ  $O$  xuống mặt phẳng  $(P)$ , số đo góc giữa mặt  $(P)$  và mặt phẳng  $(Q): x - y - 11 = 0$  bằng bao nhiêu?

- A.  $45^\circ$ .                                  B.  $30^\circ$ .                                  C.  $90^\circ$ .                                  D.  $60^\circ$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ , mặt phẳng  $(Q): x = 0$ . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(P), (Q)$  là

- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                                  B.  $\frac{1}{3}$ .                                  C.  $\frac{1}{9}$ .                                  D.  $\frac{-5}{7}$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , biết mặt phẳng  $(P): ax + by + cz - 1 = 0$  với  $c < 0$  đi qua hai điểm  $A(0; 1; 0)$ ,  $B(1; 0; 0)$  và tạo với mặt phẳng  $(yOz)$  một góc  $60^\circ$ . Khi đó giá trị  $a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0; 3)$ .                                  B.  $(3; 5)$ .                                  C.  $(5; 8)$ .                                  D.  $(8; 11)$ .

**Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): mx - y + 2z - 1 = 0$  và  $(Q): x - y - 4 = 0$ . Tìm  $m$  để số đo góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  là  $45^\circ$

- A.  $m = 3$ .                                  B.  $m = 2$ .                                  C.  $m = -2$ .                                  D.  $m = \pm 2$ .

**Câu 10.** Cho mặt phẳng  $(P): x - y - 2z - 1 = 0$  và mặt phẳng  $(Q)$ . Biết hình chiếu của gốc  $O$  lên  $(Q)$  là điểm  $H(2; -1; 0)$ . Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$ .

- A.  $\frac{\sqrt{30}}{10}$ .                                  B.  $\frac{\sqrt{3}}{10}$ .                                  C.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ .                                  D.  $\frac{1}{\sqrt{7}}$ .

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $M(1; 0; 0)$ ,  $N(0; 1; 0)$ ,  $P(0; 0; 1)$ . Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(MNP)$  và mặt phẳng  $(Oxy)$ .

- A.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .                                  B.  $\frac{\sqrt{3}}{7}$ .                                  C.  $\frac{5}{7}$ .                                  D. 0.

**Câu 12.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho tứ diện  $ABCD$  có  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(2; 0; 0)$ ,  $C(0; 0; \sqrt{2})$  và  $D(0; -2; 0)$ . Tính góc của hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(ACD)$ .

- A.  $45^\circ$ .                                  B.  $30^\circ$ .                                  C.  $90^\circ$ .                                  D.  $60^\circ$ .

**Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $A(1; 1; -1)$ ,  $B(-1; 1; 1)$  và tạo với mặt phẳng  $(Oxy)$  một góc  $\alpha$  biết  $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

A.  $\begin{cases} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} 2x + y + 2z - 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} 2x - y + 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$

**Câu 14.** Cho hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  có phương trình

$$(\alpha): 2x + m^2y - 2z - 5 = 0,$$

$$(\beta): mx - 8y - 5z + 2 = 0, \text{ với } m \text{ là tham số.}$$

Số giá trị  $m$  nguyên để hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(\beta)$  vuông góc với nhau là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

**Câu 15.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 0; 0), B(2; 1; -2)$  và mặt phẳng  $(P)$  có phương trình:  $x - 2y - 2z + 2020 = 0$ . Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  đi qua hai điểm  $A, B$  và tạo với mặt phẳng  $(P)$  một góc nhỏ nhất có phương trình là:

A.  $9x + 5y - 7z - 9 = 0$ .

B.  $x - 5y - 2z - 1 = 0$ .

C.  $2x + y - 3z - 2 = 0$ .

D.  $2x + 2y + 2z - 2 = 0$ .